المستوى : السنة 3 آداب وفلسفة	# اختبار الفصل الأول	المـــادة : الرياضيـــــات

التمرين الأول (06نقاط)

1 - عين بواقي القسمة الاقليدية للعدد 3^n على 5 حسب قيم n الطبيعية.

2- عين باقي قسمة العدد 2263 على 5 ثم استنتج باقي قسمة العدد 2263^{2009} على 5

3- استنتج أن العدد $4\times 2263^{2009}+128$ يقبل القسمة على 5

التمرين الثاني: (05نقاط)

1) أ- بين صحة المساواة :من أجل كل عدد صحيح $n\neq -1$ $\frac{2n+1}{n+1}=2-\frac{1}{n+1}$

ب- استنتج قيم n حتى يكون الكسر $\frac{2n+1}{n+1}$ عددا صحيحا.

2) - عين مجموعة القواسم الطبيعية للعدد 12

- عين الثنائيات الطبيعية (x,y) التي تحقق المساواة : $x^2-y^2=12$

التمرين الثالث (05 نقاط)

في عملية تشفير نستعمل الحروف المرقمة كما يلي:

	أ	ب	ت	ث	ج	ح	خ	د	ذ	ر	ز	س	ش	ص	ض
X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
y															
التشفير															

	ط	ظ	ع	غ	ف	ق	ك	ل	م	ن	هـ	و	ي
X	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
y													
التشفير													

نقوم بعملية التشفير و ذلك باستعمال التحويل $x\rightarrow y$ حيث: $y\equiv 5x+7[28]$

- أكمل الجدول السابق
- شفر الجملة " ثانوية جمال الدين"
- فك تشفير الجملة " ش,د,ح,ع,هـ,غ,ت,م , هـ,د,ح,ط,ي,د,ج"

التمرين الرابع (04 نقاط)

- برهن بالتراجع على أن :

من أجل كل عدد طبيعي n : $1+3+5+.........................+(2n+1)=(n+1)^2$

- استنتج المجموع: $S=1+3+5+.............+101$

- انتهى -

حل الموضوع

حل التمرين الأول :

1) تعيين بواقي القسمة الاقليدية للعدد 3^n على 5 حسب قيم n الطبيعية:

$3^0 \equiv 1[5]$ ، $3^1 \equiv 3[5]$ ، $3^2 \equiv 4[5]$ ، $3^3 \equiv 2[5]$ ، $3^4 \equiv 1[5]$

ومنه مهما يكن العدد الطبيعي n يكتب على أحد الأشكال : $4k$ أو $4k+1$ أو $4k+2$ أو $4k+3$ حيث k عدد طبيعي.

أي أن: $3^{4k} \equiv 1[5]$ ، $3^{4k+1} \equiv 3[5]$ ، $3^{4k+2} \equiv 4[5]$ ، $3^{4k+3} \equiv 2[5]$.

2) تعيين باقي قسمة العدد 2263 على 5 ثم استنتاج باقي قسمة العدد 2263^{2009} على 5

$2263 \equiv 3[5]$ **ومنه** $2263^{2009} \equiv 3^{2009}[5]$ **لكن** $3^{2009} \equiv 3^{4\times 502+1}[5]$ **ومنه** $2263^{2009} \equiv 3[5]$

إذن باقي قسمة العدد 2263^{2009} على 5 هو 3

3) استنتاج أن العدد $4\times 2263^{2009}+128$ يقبل القسمة على 5 :

$4\times 2263^{2009}+128 \equiv (2+3)[5] \equiv 0[5]$ **ومنه العدد** $4\times 2263^{2009}+128$ **يقبل القسمة على**5

حل التمرين الثاني :

1) **أ- بيان صحة المساواة من أجل كل عدد صحيح** $n \neq -1$ $\frac{2n+1}{n+1} = 2 - \frac{1}{n+1}$

من أجل كل عدد صحيح $n \neq -1$ **:** $\frac{2n+1}{n+1} = 2 - \frac{1}{n+1}$

ب- استنتاج قيم n حتى يكون الكسر $\frac{2n+1}{n+1}$ عدد صحيح:

يكون الكسر $\frac{2n+1}{n+1}$ عددا صحيحا إذا كان $\frac{1}{n+1}$ عدد صحيح أي إذا كان $(n+1)$ يقسم العدد 1

يعني $n+1=1$ **أو** $n+1=-1$ **ومنه** $n=0$ **أو** $n=2$

2) **- تعيين مجموعة القواسم الطبيعية للعدد 12:**

$12 = 2^2 \times 3$ ، 12 **مجموعة القواسم هي** $\{1;2;3;4;6;12\}$

- تعيين كل الثنائيات الطبيعية (x,y) التي تحقق المساواة : $x^2-y^2=12$

$x^2-y^2=12$ **تعني** $(x-y)(x+y)=12$

بما أن x و y عددين طبيعيين فإن $x+y \geq x-y$

$x+y=6$ **و** $x-y=2$ **ومنه** $x=4$ **و** $y=2$ **والثنائية المطلوبة هي** $(4;2)$

حل التمرين الثالث :

باستعمال التحويل $x \to y$: $y = 5x+7[28]$

إذن : $a=5$ و $b=7$

	أ	ب	ت	ث	ج	ح	خ	د	ذ	ر	ز	س	ش	ص	ض	ط	ظ	ع	غ	ف	ق	ك	ل	م	ن	هـ	و	ي
X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
y	7	12	17	22	27	4	9	14	19	24	1	6	11	16	21	26	3	8	13	18	23	0	5	10	15	20	25	2
التشفير	د	ش	ع	ل	ي	ج	ر	ض	ف	ن	ب	خ	س	ظ	ك	و	ث	ذ	ص	غ	م	ا	ح	ز	ط	ق	هـ	ت

تشفير " ثانوية جمال الدين " هو " ل د ط هـ ت ع ي ز د ح دح ض ت ط "

- فك تشفير الجملة " ش,د,ح,ع,هـ,غ,ت,م ,هـ,د,ح,ط,ي,د,ج"

هو " بالتوفيق والنجاح "

حل التمرين الرابع

- برهن بالتراجع على أن :

من أجل كل عدد طبيعي n **:** $1+3+5+.........+(2n+1)=(n+1)^2$

نسمي $P(n)$ **هذه الخاصية**

ا) $n_0=0$

$P(0)$ **محققة لأن** $1=1$

ب) نفرض أن $P(k)$ **صحيحة من اجل كل عدد طبيعي** $k\geq 0$

أي من اجل كل عدد طبيعي $k\geq 0$ **:** $1+3+5+........+(2k+1)=(k+1)^2$

ونثت صحة $P(k+1)$ **صحيحة من اجل كل عدد طبيعي** $k\geq 0$

أي أن من اجل كل عدد طبيعي $k\geq 0$ **:** $1+3+5+...+(2k+1)+(2k+3)=(k+2)^2$

لدينا : $1+3+5+............................+(2k+1)+(2k+3)=(k+1)^2+$

$$(k+1)^2+(2k+3)=k^2+4k+4=(k+2)^2$$

ومنه $P(k+1)$ **صحيحة من اجل كل عدد طبيعي** $k\geq 0$

إذن $P(n)$ **صحيحة من اجل كل عدد طبيعي** n

- استنتج المجموع: $S=1+3+5+.............+101$

$$S=1+3+5+.............+101=1+3+....(2\times 50+1)=(50+1)^2=(51)^2$$